INDICE

quattordici capitoli, centootto pagine

1. I numeri relativi ... 1
1.1 I relativi sulla retta ... 2
1.2 Addizione e sottrazione ... 3
1.3 Moltiplicazione e divisione ... 4
1.4 Le potenze ... 5
1.5 Come si fa: un'espressione ... 7

2. Radici e numeri reali ... 8
2.1 Radice quadrata ... 9
2.2 Irrazionali e reali ... 10
2.3 Notazione scientifica e cifre significative ... 11

3. Il calcolo letterale ... 12
3.1 Espressioni letterali e formule ... 13
3.2 I monomi ... 14
3.3 I polinomi ... 16
3.4 Prodotti notevoli ... 18
3.5 Come si fa: semplificare ... 19

4. Le equazioni ... 20
4.1 Identità ed equazioni ... 21
4.2 Principi di equivalenza ... 22
4.3 L'equazione di primo grado ... 23
4.4 Come si fa: con le frazioni ... 25
4.5 Come si fa: i problemi ... 26

5. Il piano cartesiano e le funzioni ... 28
5.1 Il piano ... 29
5.2 Distanza, punto medio e figure ... 30
5.3 Funzioni e leggi ... 32
5.4 Proporzionalità diretta ... 34
5.5 Proporzionalità inversa ... 35
5.6 La retta ... 36
5.7 Parabola ed esponenziale ... 38
5.8 Come si fa: il problema nel piano ... 39

6. Circonferenza e cerchio ... 40
6.1 Le parti ... 41
6.2 Rette e circonferenze ... 42
6.3 Angoli ... 43
6.4 Inscritti e circoscritti ... 44
6.5 Lunghezza e π ... 45
6.6 Area, settore e corona ... 46

7. La geometria dello spazio ... 48
7.1 Rette e piani ... 49
7.2 Poliedri e sviluppi ... 50
7.3 Volume, capacità e peso specifico ... 51

8. Prismi e piramidi ... 53
8.1 Prisma: superfici ... 54
8.2 Volume del prisma, parallelepipedo e cubo ... 55
8.3 Piramide: superfici ... 57
8.4 Volume della piramide ... 59
8.5 Come si fa ... 60

9. I solidi di rotazione ... 61
9.1 Come nascono ... 62
9.2 Il cilindro ... 63
9.3 Il cono ... 65
9.4 La sfera ... 67
9.5 Come si fa: il solido composto ... 68

10. La statistica ... 70
10.1 Indagine e frequenze ... 71
10.2 I grafici ... 72
10.3 Media, moda, mediana ... 74

11. La probabilità ... 75
11.1 Eventi e probabilità ... 76
11.2 Probabilità e frequenza ... 77
11.3 Incompatibili e complementari ... 78
11.4 Indipendenti ... 79

12. Numeri: il ripasso ... 80
12.1 Frazioni e decimali ... 81
12.2 Rapporti, proporzioni e scale ... 82
12.3 Percentuali ... 84
12.4 mcm e MCD ... 86
12.5 Potenze e fattori primi ... 87

13. Geometria del piano: il ripasso ... 88
13.1 Triangoli e quadrilateri ... 89
13.2 Aree dei poligoni ... 90
13.3 Pitagora ... 92
13.4 Similitudine, scale, Euclide ... 94
13.5 Trasformazioni ... 96

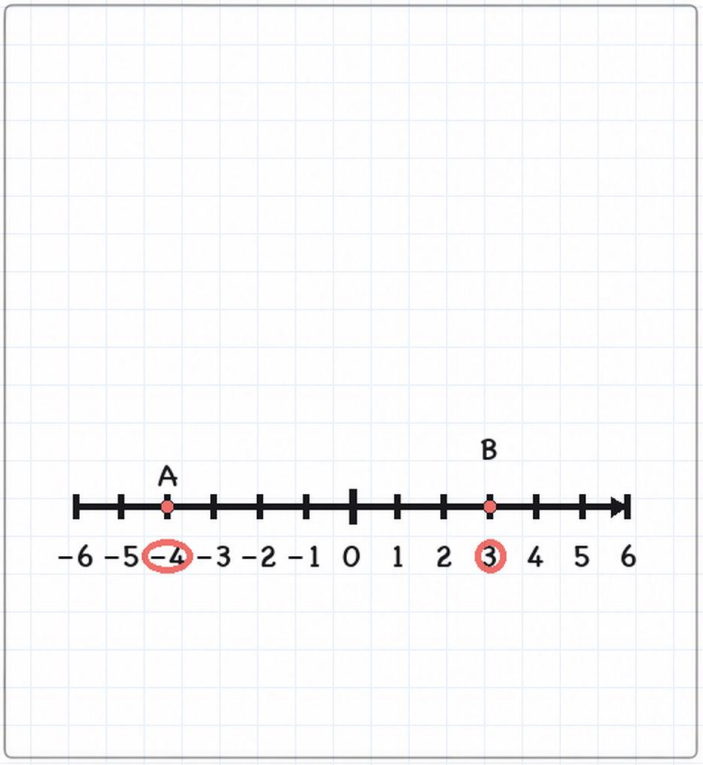
14. La prova di matematica ... 97
14.1 Com'è fatta la prova ... 98
14.2-14.9 Otto tracce svolte ... 99
14.10 L'INVALSI ... 107

CAPITOLO 1

I NUMERI RELATIVI - SEGNO, ORDINE E OPERAZIONI

Matematica - terza media

"i numeri relativi descrivono quantità sopra e sotto uno zero di riferimento; sulla retta il segno indica la direzione, mentre la distanza da zero è il valore assoluto"



sulla retta A rappresenta −4 e B rappresenta +3: A è a sinistra di zero, B è a destra e le loro distanze da zero sono 4 e 3

1 la retta orientata ordina i numeri: andando verso destra i valori **crescono**; due numeri opposti hanno la **stessa distanza** da zero e segno **contrario**.

2 **addizione** e **sottrazione** si possono leggere come **spostamenti**; moltiplicazione e divisione **seguono** la **regola dei segni**.

3 le **potenze** abbreviano prodotti di fattori uguali; con una **base negativa**, le parentesi e la **parità** dell'**esponente** decidono il **segno**.

IN QUESTO CAPITOLO

1.1 I relativi sulla retta
1.2 Addizione e sottrazione
1.3 Moltiplicazione e divisione
1.4 Le potenze
1.5 Come si fa: un'espressione

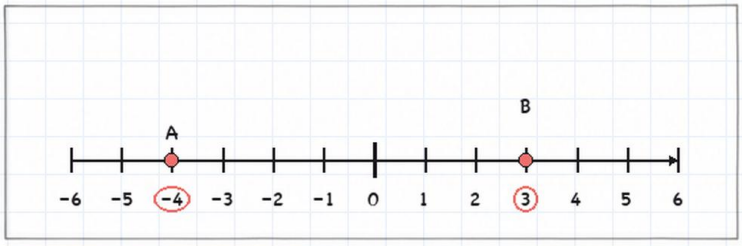
all'esame: i numeri relativi entrano in espressioni, formule, grafici e problemi; scrivere ogni passaggio riduce gli errori di segno.

I NUMERI RELATIVI - LEGGERE LA RETTA

Matematica - terza media - i numeri relativi

"un numero relativo ha un segno e un valore assoluto: sulla retta i positivi stanno a destra di zero, i negativi a sinistra, e il numero più a destra è sempre il maggiore".

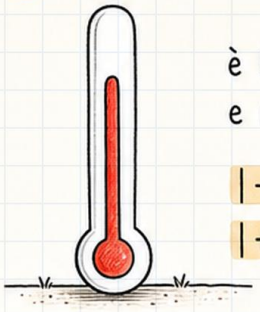
1 SEGNO E POSIZIONE



$A = -4$ e $B = +3$: perciò $-4 < +3$.

zero non è né positivo né negativo.

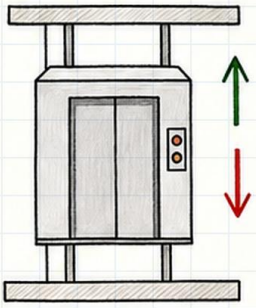
2 IL VALORE ASSOLUTO



è la distanza da zero e non è mai negativa.

$|-4| = 4$ e $|+3| = 3$.

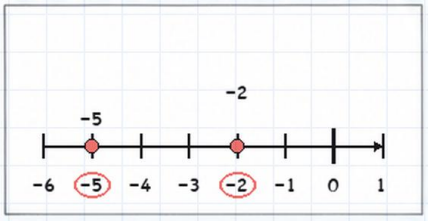
3 NUMERI OPPOSTI



-3 e $+3$ hanno la stessa distanza da zero e segno contrario.

la loro somma è zero.

4 CONFRONTARE I NEGATIVI



fra due numeri negativi è maggiore quello più vicino a zero.

$-2 > -5$.

OCCHIO!

il segno meno non rende un numero automaticamente più piccolo: fra -2 e -5 è maggiore -2.

5 DA RICORDARE

1. a destra sulla retta significa maggiore; a sinistra significa minore.
2. il valore assoluto è la distanza da zero: $|-4| = 4$.
3. gli opposti hanno valore assoluto uguale e somma zero.

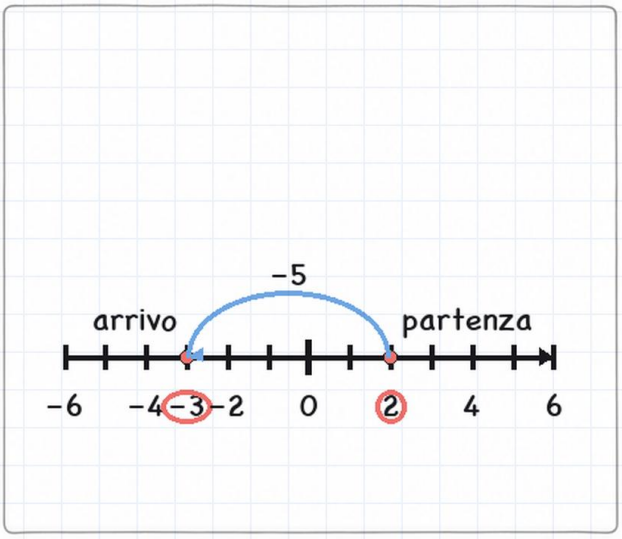
⚠ IL TRABOCCHETTO

dire che -5 è maggiore di -2 perché 5 è maggiore di 2: sulla retta -5 sta più a sinistra.

ADDIZIONE E SOTTRAZIONE – MUOVERSI SULLA RETTA

Matematica - terza media - i numeri relativi

"per sommare numeri concordi si sommano i valori assoluti e si conserva il segno; con segni diversi, se i valori assoluti sono uguali la somma è zero, altrimenti si sottrae il minore dal maggiore e si prende il segno del numero col valore assoluto maggiore".



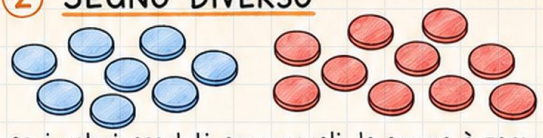
partendo da +2, il salto −5 porta cinque unità a sinistra e arriva a −3: quindi $2 + (-5) = -3$

1 SEGNO UGUALE

somma i valori assoluti e conserva il segno.

$(-3) + (-4) = -7$.

2 SEGNO DIVERSO



se i valori assoluti sono uguali, la somma è zero; altrimenti sottrai il minore dal maggiore e usa il segno del numero col valore assoluto maggiore.

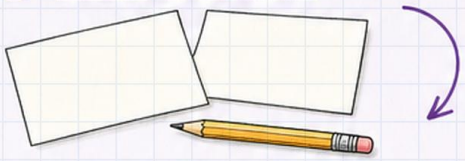
$7 + (-10) = -3$.

3 SOTTRARRE

sottrarre un numero significa aggiungere il suo opposto.

$5 - (-2) = 5 + 2 = 7$.

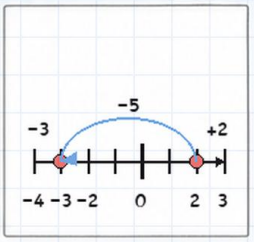
4 LE PARENTESI



davanti a $+(-4)$ resta -4; davanti a $-(-4)$ diventa $+4$.

scrivi il passaggio prima di calcolare.

5 CONTROLLO SULLA RETTA



in $2 + (-5)$ il secondo addendo è **negativo**: ci si sposta a **sinistra**.

il punto di arrivo è -3.

TRUCCO

nella sottrazione, cambia il segno del secondo numero e trasforma tutto in addizione.

OCCHIO!



non confondere il segno dell'operazione col segno del numero: in $5 - (-2)$ compaiono due segni meno con ruoli diversi.

6 DA RICORDARE

1. segni uguali: somma i valori assoluti e conserva il segno.
2. segni diversi: se i valori assoluti sono uguali, la somma è zero; altrimenti fai la differenza e prendi il segno del valore assoluto maggiore.
3. $a - b = a + (-b)$: sottrarre significa aggiungere l'opposto.

⚠ IL TRABOCCHETTO

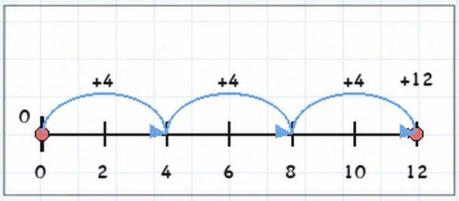
togliere le parentesi senza guardare il segno davanti: $5 - (-2)$ vale 7, non 3.

PRODOTTO E QUOZIENTE - LA REGOLA DEI SEGNI

Matematica - terza media - i numeri relativi

"in una moltiplicazione o, con divisore diverso da zero, in una divisione si calcolano prima i valori assoluti: segni uguali danno un risultato positivo, segni diversi un risultato negativo".

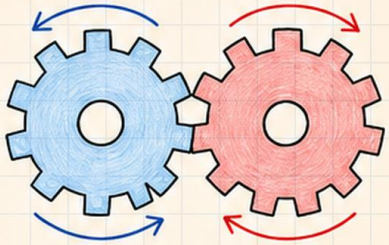
1 SEGNI UGUALI: PIÙ



$(+4) \cdot (+3) = +12.$

$(-4) \cdot (-3) = +12.$

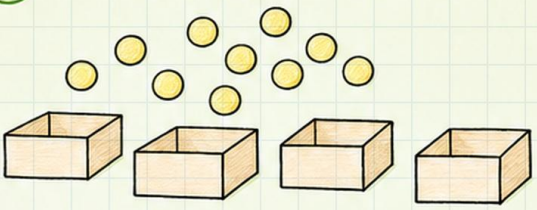
2 SEGNI DIVERSI: MENO



$(-4) \cdot (+3) = -12.$

$(+4) \cdot (-3) = -12.$

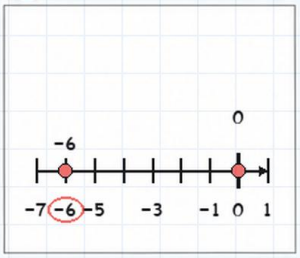
3 ANCHE NELLA DIVISIONE



$(-12) : (-3) = +4.$

$(+12) : (-3) = -4$; il divisore deve essere diverso da zero.

4 PIÙ FATTORI



prima controlla lo zero: se un fattore è zero, il prodotto è zero; altrimenti conta i fattori negativi: se sono pari il prodotto è positivo, se sono dispari è negativo.

$(-2) \cdot (-3) \cdot (-1) = -6.$

OCCHIO!

non si può dividere per zero: un'espressione con divisore 0 non ha significato.

5 DA RICORDARE

1. segni uguali: il risultato è positivo.
2. segni diversi: il risultato è negativo.
3. con più fattori, controlla prima se un fattore è zero; altrimenti conta quanti fattori negativi ci sono.

⚠ IL TRABOCCHETTO

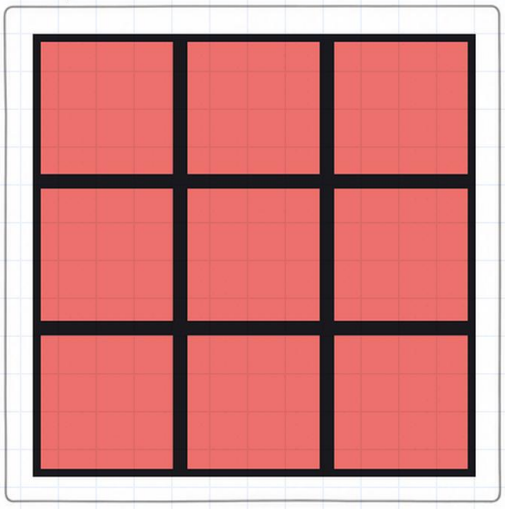
applicare la regola dei segni all'addizione:

$(-4) + (-3) = -7$, non $+12$.

LE POTENZE – SIGNIFICATO E PROPRIETÀ

Matematica – terza media – i numeri relativi

"per n intero positivo, la potenza a^n abbrevia il prodotto di n fattori uguali ad a; le proprietà permettono di trasformare prodotti e quozienti soltanto quando le basi o gli esponenti rispettano le condizioni indicate".



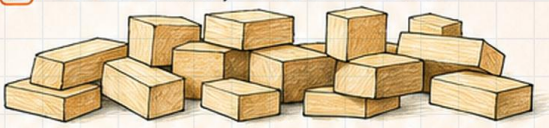
la griglia 3×3 contiene 9 caselle e rende visibile $3^2 = 9$: l'esponente 2 indica due fattori uguali a 3

1 BASE ED ESPONENTE

in 3^4, la base è 3 e l'esponente è 4.

$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$.

2 PRODOTTO, STESSA BASE



si conserva la base e si sommano gli esponenti.

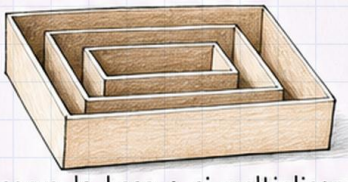
$2^3 \cdot 2^4 = 2^7$.

3 QUOZIENTE, STESSA BASE

si conserva la base e si sottraggono gli esponenti; la base è diversa da zero e l'esponente del dividendo è maggiore di quello del divisore.

$5^6 : 5^2 = 5^4$.

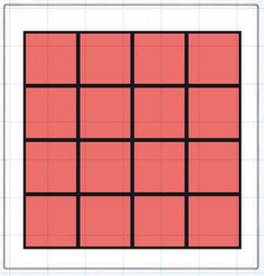
4 POTENZA DI POTENZA



si conserva la base e si moltiplicano gli esponenti.

$(3^2)^4 = 3^8$.

5 STESSO ESPONENTE



$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ e

$(a : b)^n = a^n : b^n$, con $b \neq 0$.

$(12 : 3)^2 = 12^2 : 3^2 = 16$.

TRUCCO

prima chiediti che cosa è uguale: la base, l'esponente oppure nessuno dei due.

OCCHIO!



non sommare gli esponenti se le basi sono diverse: $2^3 \cdot 3^3$ si può scrivere $(2 \cdot 3)^3$, non 6^6.

6 DA RICORDARE

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.
2. $a^m : a^n = a^{m-n}$, con a diverso da zero e m maggiore di n.
3. $(a^m)^n = a^{mn}$; $(ab)^n = a^n b^n$ e $(a : b)^n = a^n : b^n$, con $b \neq 0$.

⚠ IL TRABOCCHETTO

inventare una proprietà per la somma: in generale $(a + b)^n$ non è $a^n + b^n$.